

Roll No. : .....

Total No. of Questions : 11 ]

[ Total No. of Printed Pages : 4

# EDE-368

B.Sc. B.Ed. (IIIrd Year) Examination, 2021

## MATHEMATICS

Paper - I (CC-5)

(Complex Analysis)

Time : 1½ Hours ]

[ Maximum Marks : 60

### Section-A

(Marks : 2 × 8 = 16)

**Note :-** Answer all *eight* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 2 marks.

(खण्ड-अ)

(अंक : 2 × 8 = 16)

**नोट :-** सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

### Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

**Note :-** Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

**नोट :-** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

### Section-C

(Marks : 8 × 3 = 24)

**Note :-** Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 8 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 8 × 3 = 24)

**नोट :-** पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

BI-949

( 1 )

EDE-368 P.T.O.

### Section–A (खण्ड–अ)

1. Attempt all questions. Answer should not exceed **50** words in each question.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **50** शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए।

(i) Define the analytic function.

विश्लेषिक फलन को परिभाषित कीजिए।

(ii) Define complex function.

सम्मिश्र फलन को परिभाषित कीजिए।

(iii) Define Conformal Mapping.

अनुकोण प्रतिचित्रण की परिभाषा लिखिए।

(iv) Define the harmonic function.

प्रसंवादी फलन को परिभाषित कीजिए।

(v) State Cauchy's integral theorem.

कॉशी समाकलन प्रमेय का कथन लिखिए।

(vi) Define Rectifiable Curve.

चापकलनीय वक्र को परिभाषित कीजिए।

(vii) Define Isolated Singularity.

विमुक्त विचित्रता को परिभाषित कीजिए।

(viii) Define residue at infinity.

अनन्त पर अवशेष को परिभाषित कीजिए।

### Section–B (खण्ड–ब)

**Note** :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit **200** words). Each question carries **4** marks.

सभी **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा **200** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **4** अंक का है।

2. Derive the polar form of Cauchy-Riemann equations.

कॉशी-रीमान समीकरण का ध्रुवीय रूप ज्ञात कीजिए।

**Or (अथवा)**

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{z \rightarrow 2e^{\pi i/3}} \frac{z^3 + 8}{z^4 + 4z^2 + 16}$$

3. Show that an analytic function with constant modulus is constant.

सिद्ध कीजिए कि अचर मापांक का विश्लेषिक फलन अचर होता है।

**Or (अथवा)**

Find the invariant points and the normal form of the following bilinear transformation :

निम्नलिखित द्विरैखिक रूपान्तरण के निश्चर बिन्दु तथा इसका सामान्य रूप ज्ञात कीजिए :

$$w = \frac{3z - 4}{z - 1}$$

4. State and prove Liouville theorem.

लियोवले प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

**Or (अथवा)**

Verify Cauchy's theorem for the function  $f(z) = z^3 - iz^2 - 5z + 2i$ , of  $C$  is the circle  $|z - 1| = 2$ .

फलन  $f(z) = z^3 - iz^2 - 5z + 2i$  के लिए कंटूर  $C$  पर कॉशी प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जबकि  $C$  वृत्त  $|z - 1| = 2$ ।

5. Locate the zeros and poles of  $f(z) = \frac{z-2}{z^2} \sin\left(\frac{1}{z-1}\right)$ .

फलन  $f(z) = \frac{z-2}{z^2} \sin\left(\frac{1}{z-1}\right)$  के शून्यक एवं अनन्तकी का निर्धारण कीजिए।

**Or (अथवा)**

Represent the function  $f(z) = \frac{4z+3}{z(z-3)(z+2)}$  in Laurent's series within  $|z| = 1$ .

फलन  $f(z) = \frac{4z+3}{z(z-3)(z+2)}$  को लोरेन्ट श्रेणी  $|z| = 1$  में प्रदर्शित कीजिए।

6. Find the residue of  $\frac{z^2 - 2z}{(z+1)^2(z^2+4)}$  at all its poles in the finite plane.

परिमित समतल में  $\frac{z^2 - 2z}{(z+1)^2(z^2+4)}$  के सभी अनंतकों पर अवशेष ज्ञात कीजिए।

**Or (अथवा)**

State and prove Rouché's theorem.

रोशे प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

### Section-C (खण्ड-स)

**Note :-** Attempt any *three* questions out of five. Answer should not exceed **500** words in each question.

पाँच में से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **500** शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए।

7. Write and prove the necessary condition for complex function  $f(z)$  to be analytic.  
सम्मिश्र फलन  $f(z)$  के विश्लेषिक होने का आवश्यक प्रतिबंध लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।
8. Discuss the all cases of the transformation  $W = z^2$ .  
रूपान्तरण  $W = z^2$  की सभी स्थितियों की विवेचना कीजिए।
9. State and prove Poisson's integral formula.  
पवासों समाकलन सूत्र का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।
10. State and prove Morera's theorem.  
मोरेरा प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।
11. Show by contour integration that :  
कंटूर समाकलन से प्रदर्शित कीजिए कि :

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2}$$