

**A-308(A)****B.Sc. (Part-III) Examination, 2024****MATHEMATICS**

Paper - III

**(Numerical Analysis and Optimization Techniques)**

Time : 3 Hours ]

[ Maximum Marks : 68

**Section-A**

(Marks : 1 × 12 = 12)

**Note :-** Answer all *twelve* questions (Answer limit **50** words). Each question carries 1 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 12 = 12)

**नोट :-** सभी बारह प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

**Section-B**

(Marks : 4 × 5 = 20)

**Note :-** Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit **200** words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

**नोट :-** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

**Section-C**

(Marks : 12 × 3 = 36)

**Note :-** Answer any *three* questions out of five (Answer limit **500** words). Each question carries 12 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 12 × 3 = 36)

**नोट :-** पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 12 अंक का है।

Section-A

(खण्ड-अ)

1. (i) Prove that :

$$\nabla = \Delta E^{-1}$$

सिद्ध कीजिए :

$$\nabla = \Delta E^{-1}$$

(ii) Evaluate :

$$\Delta \left( \frac{2^x}{(x+1)} \right), (h=1)$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\Delta \left( \frac{2^x}{(x+1)} \right), (h=1)$$

(iii) Write Newton-Gregory formula for forward interpolations.

न्यूटन-ग्रेगरी अग्र अन्तर्वेशन सूत्र लिखिए।

(iv) If  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ , show that :

$$f(a, b) = -\frac{a+b}{a^2 b^2}$$

यदि  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ , तो प्रदर्शित कीजिए :

$$f(a, b) = -\frac{a+b}{a^2 b^2}$$

(v) With usual notation, prove that :

$$\mu = E^{-1/2} + \frac{1}{2} \delta$$

सामान्य संकेतन से सिद्ध कीजिए :

$$\mu = E^{-1/2} + \frac{1}{2} \delta$$

(vi) Write Simpson's  $\frac{3}{8}$  rules.

सिम्पसन का  $\frac{3}{8}$  नियम लिखिए।

(vii) Write Newton-Raphson method.

न्यूटन रेफसन विधि का सूत्र लिखिए।

(viii) Write Mathematical model of L.P.P.

रैखिक प्रोग्रामन समस्या का गणितीय रूप लिखिए।

(ix) Define convex sets.

अवमुख समुच्चय को परिभाषित कीजिए।

(x) Define non-degenerate basic feasible solution.

अन-अपभ्रष्ट आधारी सुसंगत हल को परिभाषित कीजिए।

(xi) Define slack and surplus variables.

न्यूनतापूरक एवं आधिक्यपूरक चरों को परिभाषित कीजिए।

(xii) Explain the difference between a transportation and assignment problem.

परिवहन समस्या तथा नियतन समस्या के बीच अन्तर स्पष्ट कीजिए।

### Section-B

(खण्ड-ब)

2. Find the function whose first difference is :

$$9x^2 + 11x + 5$$

वह फलन ज्ञात कीजिए जिसका प्रथम अन्तर है :

$$9x^2 + 11x + 5$$

Or

(अथवा)

Use the method of separation of symbols to prove :

$$u_0 + \frac{u_1 x}{1} + \frac{u_2 x^2}{2} + \dots = e^x \left[ u_0 + x \Delta u_0 + \frac{x^2}{2} \Delta^2 u_0 + \dots \right]$$

$y = u_x$  and  $0 < x < 1$ .

प्रतीकों को पृथक् करने की विधि से सिद्ध कीजिए :

$$u_0 + \frac{u_1 x}{1} + \frac{u_2 x^2}{2} + \dots = e^x \left[ u_0 + x \Delta u_0 + \frac{x^2}{2} \Delta^2 u_0 + \dots \right]$$

$y = u_x$  तथा  $0 < x < 1$ .

3. Find the lowest degree polynomial which take the following values :

$x$	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	3	8	15	24	35

निम्नतम घात का बहुपद ज्ञात कीजिए जो निम्न मान ग्रहण करता है :

$x$	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	3	8	15	24	35

Or

(अथवा)

Find  $f(7.5)$  from the following table :

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	1	8	27	64	125	216	343	512

निम्न सारणी से  $f(7.5)$  ज्ञात कीजिए :

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	1	8	27	64	125	216	343	512

BB-519

( 4 )

A-308(A)

4 Find the value of  $f(5)$  from the following table :

$x$	1	2	3	4	7
$f(x)$	2	4	8	16	128

निम्न सारणी से  $f(5)$  का मान ज्ञात कीजिए :

$x$	1	2	3	4	7
$f(x)$	2	4	8	16	128

Or

(अथवा)

Find  $f'(0.04)$  from the following table :

$x$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
$f(x)$	0.1023	0.1047	0.1071	0.1096	0.1122	0.1148

निम्न सारणी से  $f'(0.04)$  ज्ञात कीजिए :

$x$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
$f(x)$	0.1023	0.1047	0.1071	0.1096	0.1122	0.1148

5. Find  $f(8)$  by Newton's divided difference formula from the following table :

$x$	6	7	9	12
$f(x)$	1.556	1.690	1.908	2.158

निम्न सारणी से न्यूटन विभाजित अन्तर सूत्र द्वारा  $f(8)$  ज्ञात कीजिए :

$x$	6	7	9	12
$f(x)$	1.556	1.690	1.908	2.158

Or

(अथवा)

Find the dual problem of the following L.P.P

Max

$$Z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

s.t.

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

and

निम्न रेखिक प्रोग्रामन समस्या की द्वैती समस्या ज्ञात कीजिए :

अधिकतम करो :

$$Z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

प्रतिबंध :

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4$$

तथा

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

6. Solve the following L.P.P. by Simplex method :

Max

$$Z = 2x_1 + x_2$$

s.t.

$$3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$6x_1 + 2x_2 \leq 24$$

and

$$x_1, x_2 \geq 0$$

निम्न रेखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्प्लेक्स विधि से हल कीजिए :

अधिकतम करो :

$$Z = 2x_1 + x_2$$

प्रतिबंध :

$$3x_1 + 5x_2 \leq 15$$

$$6x_1 + 2x_2 \leq 24$$

तथा

$$x_1, x_2 \geq 0$$

BB-519

( 6 )

A-308(A)

Or  
(अथवा)

Solve the following minimal assignment problem :

Man →	1	2	3	4
Job ↓				
I	12	30	21	15
II	18	33	9	31
III	44	25	24	21
IV	23	30	28	14

निम्नलिखित न्यूनतम नियतन समस्या को हल कीजिए :

आदमी →	1	2	3	4
कार्य ↓				
I	12	30	21	15
II	18	33	9	31
III	44	25	24	21
IV	23	30	28	14

### Section-C

(खण्ड-स)

7. Use Stirling formula to find  $Y_{28}$  given :

$$Y_{20} = 49225, Y_{25} = 48316, Y_{30} = 47236, Y_{35} = 45926, Y_{40} = 44306$$

निम्न आँकड़ों में स्टिरलिंग सूत्र के प्रयोग से  $Y_{28}$  ज्ञात कीजिए :

$$Y_{20} = 49225, Y_{25} = 48316, Y_{30} = 47236, Y_{35} = 45926, Y_{40} = 44306$$

8. Use Simpson  $\frac{1}{3}$  and  $\frac{3}{8}$  rule to evaluate the following :

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

Hence obtain the approximate value of  $\pi$  in each case.

सिम्पसन  $\frac{1}{3}$  तथा  $\frac{3}{8}$  नियम से निम्न का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

फलतः प्रत्येक स्थिति में  $\pi$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

9. By using Newton-Raphson method, find the root of  $x^4 - x - 10 = 0$  which is nearest to  $x = 2$ , correct to three places of decimals.

न्यूटन-रेफसन विधि से  $x^4 - x - 10 = 0$  का  $x = 2$  के समीप वाला मूल तीन दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

10. Solve the following transportation problem :

निम्नलिखित परिवहन समस्या को हल कीजिए :

		To			
		1	2	3	Supply ( आपूर्ति)
From →	1	2	7	4	5
	2	3	3	1	8
	3	5	4	7	7
	4	1	6	2	14
(माँग) Demand		7	9	18	34

11. Solve the following problem by Simplex method :

Minimize :

$$Z = 2x_1 + 9x_2 + x_3$$

Subject to :

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4$$

and

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

निम्नलिखित समस्या को सिम्प्लेक्स विधि द्वारा हल कीजिए :

न्यूनतम कीजिए :

$$Z = 2x_1 + 9x_2 + x_3$$

प्रतिबंध :

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 5$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4$$

तथा

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$