

Roll No. :

Total No. of Questions : 11]

[Total No. of Printed Pages : 8

SA-238

B.A./B.Sc. (Part-III) DUE of B.A./B.Sc. Part-II Suppl. Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - III

(Mechanics)

Time : 1½ Hours]

[Maximum Marks : 68

Section-A

(Marks : 1 × 12 = 12)

Note :- Answer all *twelve* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 1 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 12 = 12)

नोट :- सभी बारह प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

Note :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

नोट :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Section-C

(Marks : 12 × 3 = 36)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 12 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 12 × 3 = 36)

नोट :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 12 अंक का है।

BI-1441

(1)

SA-238 P.T.O.

Section–A

(खण्ड–अ)

1. (i) Write the statement of Lami's theorem.
लामी प्रमेय का कथन लिखिए।
- (ii) Write the definition of Coefficient of Friction.
घर्षण गुणांक की परिभाषा लिखिए।
- (iii) Define cone of friction.
घर्षण शंकु को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Write the definition of Wrench.
रेंच की परिभाषा लिखिए।
- (v) Write the definition of Screw.
स्कू की परिभाषा लिखिए।
- (vi) Write the definition of Catenary.
कैटिनरी की परिभाषा लिखिए।
- (vii) Write the formula of radial and transverse acceleration.
अरीय व अनुप्रस्थ वेग के सूत्र लिखिए।
- (viii) Write the formula of tangential and normal velocity.
स्पर्शरेखीय तथा अभिलाम्बिक वेग का सूत्र लिखिए।
- (ix) Write Hooke's law for Elastic strings.
प्रत्यास्थ डोरियों के लिए हुक के नियम लिखिए।
- (x) Write the definition of Constrained motion.
प्रतिबन्धित गति की परिभाषा लिखिए।

(xi) Define Direct Impact.

सीधा संघट्ट को परिभाषित कीजिए।

(xii) Define Central Forces.

केन्द्रीय बल को परिभाषित कीजिए।

Section-B

(खण्ड-ब)

2. A heavy uniform rod 30 cm long is suspended from a fixed point by strings fastened to its ends, their length being 18 cm and 24 cm. If the rod is inclined at an angle θ , then prove that $25 \sin \theta = 24$.

एक एकसमान 30 सेमी लम्बी छड़ एक नियत बिन्दु से दो रस्सियों द्वारा लटकाई गई जो छड़ के सिरों पर बंधी हुई है। यदि रस्सियों की लम्बाई 18 सेमी और 24 सेमी हो तथा साम्यावस्था में छड़ ऊर्ध्वाधर से कोण θ बनाती हो तो सिद्ध कीजिए कि $25 \sin \theta = 24$ ।

Or

(अथवा)

Two rough particles connected by a light string rest on an inclined plane. If their weights and corresponding coefficients of friction are w_1 , w_2 and μ_1 , μ_2 respectively, show that greatest inclination of the plane for equilibrium is :

$$\tan^{-1} \left(\frac{\mu_1 w_1 + \mu_2 w_2}{w_1 + w_2} \right)$$

एक भारहीन डोरी द्वारा बंधे हुए w_1 तथा w_2 भार के दो रूक्ष कण जिनके घर्षण गुणांक क्रमशः μ_1 तथा μ_2 हैं। एक आनत समतल पर रखे हुए हैं। सिद्ध कीजिए कि सन्तुलन की अवस्था में तल का अधिक से अधिकतम झुकाव है :

$$\tan^{-1} \left(\frac{\mu_1 w_1 + \mu_2 w_2}{w_1 + w_2} \right)$$

3. A uniform chain of length l , is to be suspended from two points A and B in the same horizontal line so that either terminal tension is n times that at the lowest point show that :

$$\text{span} = AB = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} \log_e \{n + \sqrt{n^2 - 1}\}$$

l लम्बाई की एकसमान जंजीर क्षैतिज रेखा के दो बिन्दु A तथा B के मध्य झूलती है, जिसके सिरो पर तनाव निम्नतम बिन्दु पर तनाव का n गुना है, तो सिद्ध कीजिए :

$$\text{span} = AB = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} \log_e \{n + \sqrt{n^2 - 1}\}$$

Or

(अथवा)

Equal forces act along the coordinate axes and along the straight line $\frac{x - \alpha}{l} = \frac{y - \beta}{m} = \frac{z - \gamma}{n}$; find the equations of the central axis of the system, where l, m, n are the d.c.'s.

समान बल निर्देश अक्षों तथा सरल रेखा $\frac{x - \alpha}{l} = \frac{y - \beta}{m} = \frac{z - \gamma}{n}$ के अनुदिश क्रियाशील है; निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ l, m, n दिक्कोज्याएँ हैं।

4. A particle moves in a curve so that its tangential and normal accelerations are equal and the angular velocities of the tangent is constant. Find the path.

एक कण एक वक्र में इस प्रकार चलता है कि इसके स्पर्श रेखीय तथा अभिलाम्बिक त्वरण सदा समान रहते हैं और इसकी स्पर्श रेखा का कोणीय वेग अचर रहता है। पथ ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

If the angular velocity of a point moving in a plane curve be constant about a fixed origin, show that its transverse acceleration varies as its radial velocity.

यदि किसी समतल वक्र में एक गतिमान बिन्दु का मूलबिन्दु के सापेक्ष कोणीय वेग अचर हो, तो सिद्ध कीजिए कि उसका अनुप्रस्थ त्वरण अरीय वेग के समानुपाती होगा।

5. Two light elastic stings are fastened to a particle of mass m and their other ends to fixed points so that the string is taut. The modulus of each is λ , the tension T and length a and b ; show that the period of an oscillation along the line of the string is :

$$2\pi \left[\frac{mab}{\{(T+\lambda)(a+b)\}} \right]^{1/2}$$

दो हल्की प्रत्यास्थ डोरियाँ m द्रव्यमान के एक कण से बंधी हैं और उनके दूसरे सिरे निश्चित बिन्दुओं से इस प्रकार बंधे हैं कि डोरी तनी रहे। यदि प्रत्येक का प्रत्यास्थ गुणांक λ , तनाव T तथा लम्बाई a एवं b हो, तो सिद्ध कीजिए कि डोरी के अनुदिश एक दोलन का समय होगा :

$$2\pi \left[\frac{mab}{\{(T+\lambda)(a+b)\}} \right]^{1/2}$$

Or

(अथवा)

A particle is projected along the inside of a smooth vertical circle of radius a from the lowest point. Show that the velocity of projection required in order that after leaving the particle may pass through the centre is :

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}ag\right)}(\sqrt{3}+1)$$

एक कण एक ऊर्ध्वाधर वृत्त, जिसका अर्द्धव्यास a है, के निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से फेंका जाता है कि वृत्त को छोड़ने के पश्चात् कण वृत्त के केन्द्र बिन्दु से गुजरता है। सिद्ध कीजिए कि कण का प्रक्षेप वेग होगा :

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}ag\right)}(\sqrt{3}+1)$$

6. A sphere impinges directly on an equal sphere at rest. If the coefficient of restitution is e , show that their velocities after impact are as :

$$1 - e : 1 + e$$

एक गोला एक अन्य स्थिर अवस्था वाले समान गोले के सीधा टक्कर मारता है। यदि e प्रत्यास्थता गुणांक हो, तो सिद्ध कीजिए कि संघट्ट के पश्चात् उनके वेग $1 - e : 1 + e$ अनुपात में होंगे।

Or

(अथवा)

A particle describes an ellipse under a force $\frac{\mu}{(\text{distance})^2}$ towards the focus, if it was projected with velocity v from a point distant r from the centre of force, show that its periodic time is :

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \left[\frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu} \right]^{-3/2}$$

एक कण एक बल, जोकि $\frac{\mu}{(\text{दूरी})^2}$ है और नाभि की ओर है, के अधीन एक दीर्घवृत्त का निर्माण करता है। यदि इसे एक बिन्दु से, जिसकी दूरी बल केन्द्र से r है, v वेग से प्रक्षिप्त किया जाता हो, तो सिद्ध कीजिये कि इसका आवर्तकाल होगा :

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \left[\frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu} \right]^{-3/2}$$

Section-C

(खण्ड-स)

7. One end of a heavy uniform rod AB can slide along a rough horizontal rod AC to which it is attached by a ring; B and C are joined by a string. When the rod is just on the point of slipping, the string is perpendicular to the rod which makes an angle α with the vertical. Prove that the coefficient of friction is given by :

$$\mu = \frac{\tan \alpha}{2 + \tan^2 \alpha}$$

एक भारी एवं एक समान दण्ड AB का सिरा A, एक रूक्ष क्षैतिज दण्ड AC पर फिसल सकता है। B और C को एक डोरी द्वारा बाँधा जाता है। जब AB फिसलने की अवस्था में होती है तो डोरी AB पर समकोण बनाती है और AB ऊर्ध्वाधर से कोण α बनाती है। सिद्ध कीजिए कि घर्षण-गुणांक :

$$\mu = \frac{\tan \alpha}{2 + \tan^2 \alpha}$$

8. Four equal jointed rods, each of length a , are hung from an angular point, which is connected by an elastic string with the opposite point. If the rods hung in the form of a square and if the modulus of elasticity of the string be equal to the weight of a rod, show that the unstretched length of the string is $a\sqrt{2}/3$.

a लम्बाई की चार समान जुड़ी हुई छड़ें उस कोणीय बिन्दु से लटकाई जाती हैं जो विपरीत बिन्दु से एक प्रत्यास्थ डोरी द्वारा जुड़ा हुआ है। यदि छड़ें वर्ग के रूप में लटकें और यदि डोरी का प्रत्यास्थता गुणांक एक छड़ के भार के तुल्य हो, तो सिद्ध कीजिए कि डोरी की बिना तनी हुई लम्बाई $a\sqrt{2}/3$ है।

9. The radial and transverse velocities of a particle are λr^2 and $\mu\theta^2$. Show that the equation to the path of the particle is $\frac{\lambda}{\theta} = \frac{\mu}{2r^2} + C$ and the components of

accelerations are $2\lambda^2 r^3 - \frac{\mu^2 \theta^2}{r}$ and $\lambda\mu r\theta^2 + 2\mu^2 \left(\frac{\theta^3}{r}\right)$.

किसी कण के अरीय व अनुप्रस्थ वेग क्रमशः λr^2 तथा $\mu\theta^2$ हैं। सिद्ध कीजिए कि कण के पथ का

समीकरण $\frac{\lambda}{\theta} = \frac{\mu}{2r^2} + C$ होगा और उसके त्वरण के घटक $2\lambda^2 r^3 - \frac{\mu^2 \theta^2}{r}$ तथा $\lambda\mu r\theta^2 + 2\mu^2 \left(\frac{\theta^3}{r}\right)$

होंगे।

10. A mass m hangs from a fixed point by a light string and is given a small vertical displacement. Prove that the motion is S.H.M. If l is the length of the string in equilibrium position and n the number of oscillations per seconds, show that the natural length of the string is $l - \frac{g}{4\pi^2 n^2}$.

m द्रव्यमान का एक कण एक हल्की डोरी द्वारा एक निश्चित बिन्दु से लटका हुआ है तथा इसे लघु ऊर्ध्वाधर विस्थापन दिया गया है। सिद्ध कीजिए कि कण की गति सरल आवर्त होगी। यदि सन्तुलन की दशा में डोरी की लम्बाई l है तथा दोलन आवृत्ति n प्रति सेकण्ड है तो सिद्ध कीजिए कि डोरी की स्वाभाविक लम्बाई $l - \frac{g}{4\pi^2 n^2}$ होगी।

11. The eccentricity of the earth's orbit round the sun is $\frac{1}{60}$. Show that the earth's distance from the sun exceeds the length of the semi-major axis of the orbit during about 2 days more than half the year.

सूर्य के चारों ओर घूमने में पृथ्वी की कक्षा की उत्केन्द्रता $\frac{1}{60}$ है। सिद्ध कीजिए कि सूर्य से पृथ्वी की दूरी कक्षा की अर्द्धदीर्घाक्ष की लम्बाई से अर्द्ध-वर्ष में लगभग दो दिन ज्यादा होती है।