

Roll No. : .....

Total No. of Questions : 11 ]

[ Total No. of Printed Pages : 7

# SA-128

## B.A./B.Sc. (Part-III) DUE Part-I Suppl. Examination, 2021

### MATHEMATICS

Paper - II

(Calculus)

Time : 1½ Hours ]

[ Maximum Marks : 66

#### Section-A

(Marks : 1 × 10 = 10)

**Note :-** Answer all *ten* questions (Answer limit **50** words). Each question carries 1 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 10 = 10)

**नोट :-** सभी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

#### Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

**Note :-** Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit **200** words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

**नोट :-** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

#### Section-C

(Marks : 12 × 3 = 36)

**Note :-** Answer any *three* questions out of five (Answer limit **500** words). Each question carries 12 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 12 × 3 = 36)

**नोट :-** पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 12 अंक का है।

BI-1401

( 1 )

SA-128 P.T.O.

## Section–A

(खण्ड–अ)

1. (i) Define Evolute.

केन्द्रज को परिभाषित कीजिए।

- (ii) Define pedal equation of the curve.

वक्र के पादिक समीकरण को परिभाषित कीजिए।

- (iii) If  $z = xy^2 + x^2y$ ,  $x = at^2$ ,  $y = 2at$ , then find  $\frac{dz}{dt}$ .

यदि  $z = xy^2 + x^2y$ ,  $x = at^2$ ,  $y = 2at$ , तो  $\frac{dz}{dt}$  का मान ज्ञात कीजिए।

- (iv) Define Jacobian.

जेकोबियन की परिभाषा दीजिए।

- (v) Find points of inflexion of the following curve :

$$y = 3x^4 - 4x^3 + 1$$

निम्न वक्र के नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए :

$$y = 3x^4 - 4x^3 + 1$$

- (vi) Discuss the symmetric property for tracing the curve.

वक्र के अनुरेखण में सममित ज्ञात करने के गुण बताइए।

- (vii) Define Gamma Function.

गामा फलन को परिभाषित कीजिए।

(viii) Evaluate :

$$\int_0^1 \int_0^2 (x+y) dx dy$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^1 \int_0^2 (x+y) dx dy$$

(ix) Define Intrinsic Equation.

नैज समीकरण को परिभाषित कीजिए।

(x) Define Dirichlet's integral.

डिरिचलिट समाकल को परिभाषित कीजिए।

### Section-B

(खण्ड-ब)

2. Find the pedal equation of the parabola  $y^2 = 4a(x + a)$ .

परवलय  $y^2 = 4a(x + a)$  का पादिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

For the curve  $S = ae^{x/a}$ , prove that :

$$ap = s\sqrt{s^2 - a^2}$$

वक्र  $S = ae^{x/a}$  के लिए, सिद्ध कीजिए कि :

$$ap = s\sqrt{s^2 - a^2}$$

3. If  $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$ , then prove that :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

यदि  $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$ , तो सिद्ध कीजिए कि :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

**Or**

(अथवा)

If  $u^3 + v^3 = x + y$  and  $u^2 + v^2 = x^3 + y^3$ , then find value of  $\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)}$ .

यदि  $u^3 + v^3 = x + y$  और  $u^2 + v^2 = x^3 + y^3$ , तो  $\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)}$  का मान ज्ञात कीजिए।

4. Find the points where the function  $x^3y^2(1 - x - y)$  has maximum or minimum values.

उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ फलन  $x^3y^2(1 - x - y)$  का मान उच्चतम या न्यूनतम है।

**Or**

(अथवा)

Find points of inflexion of the following curve :

$$y = e^{-x^2}$$

निम्न वक्र के नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए :

$$y = e^{-x^2}$$

5. Prove that :

$$\frac{\left\{ \left( \frac{1}{3} \right) \right\}^2}{\left( \frac{1}{6} \right)} = \frac{\sqrt{\pi} 2^{1/3}}{\sqrt{3}}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{\left\{ \left( \frac{1}{3} \right) \right\}^2}{\left( \frac{1}{6} \right)} = \frac{\sqrt{\pi} 2^{1/3}}{\sqrt{3}}$$

*Or*

(अथवा)

Evaluate  $\iint xy \, dx \, dy$  where the region of integration is  $x + y \leq 1$  in the positive quadrant.

मान ज्ञात कीजिए  $\iint xy \, dx \, dy$  जहाँ समाकलन का क्षेत्र  $x + y \leq 1$  का धनात्मक पद है।

6. Find the area common to the following curves :

$$r = a, r = a(1 + \cos \theta)$$

निम्न वक्रों का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$r = a, r = a(1 + \cos \theta)$$

**BI-1401**

( 5 )

**SA-128 P.T.O.**

Or

(अथवा)

Find the surface of the solid generated by the revolution of the astroid

$x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$  about the  $x$ -axis.

ऐस्ट्रॉयड  $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$  द्वारा  $x$ -अक्ष के परितः परिक्रमण से जनित घनाकृति का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

### Section-C

(खण्ड-स)

7. Find asymptotes of the following curve :

$$y^3 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 - 3y^2 + 9xy - 6x^2 + 2y - 2x = 1$$

निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$y^3 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 - 3y^2 + 9xy - 6x^2 + 2y - 2x = 1$$

8. If  $u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}, \frac{z}{x}\right)$ , then prove :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

यदि  $u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}, \frac{z}{x}\right)$ , तो सिद्ध कीजिए :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

9. Trace the curve :

$$xy^2 = 4a^2(2a - x)$$

वक्र का अनुरेखण कीजिए :

$$xy^2 = 4a^2(2a - x)$$

10. Prove Legendre's Duplication formula :

$$\Gamma(m) \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(2m)}{2^{2m-1}} \quad m \in \mathbb{Z}$$

लिजेन्डर द्विगुणन सूत्र सिद्ध कीजिए :

$$\Gamma(m) \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(2m)}{2^{2m-1}} \quad m \in \mathbb{Z}$$

11. Find the perimeter of the cardioid  $r = a(1 + \cos \theta)$ . Also prove that the arc of upper half of the cardioid is bisected by  $\theta = \pi/3$ .

हृदयाभ (कार्डियोइड)  $r = a(1 + \cos \theta)$  का परिमाण ज्ञात कीजिए। यह भी सिद्ध कीजिए कि कार्डियोइड का ऊपरी अर्धभाग चाप  $\theta = \pi/3$  से समद्विभाजित होता है।