

Roll No. :

Total No. of Questions : 11]

[Total No. of Printed Pages : 8

A-224

B.A./B.Sc. (Part-II) Examination, 2023

MATHEMATICS

Paper - II

(Differential Equations)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 66

Section-A

(Marks : 1 × 10 = 10)

Note :- Answer all *ten* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 1 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 10 = 10)

नोट :- सभी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

Note :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

नोट :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Section-C

(Marks : 12 × 3 = 36)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 12 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 12 × 3 = 36)

नोट :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 12 अंक का है।

BRI-210

(1)

A-224 P.T.O.

Section-A

(खण्ड-अ)

1. (i) Find order and degree of the differential equation :

$$\left[y + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{4}{3}} = x \frac{d^2 y}{dx^2}$$

अवकल समीकरण की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिए :

$$\left[y + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{4}{3}} = x \frac{d^2 y}{dx^2}$$

- (ii) Test the exactness of the differential equation :

$$y \sin 2x dx - (1 + y^2 + \cos^2 x) dy = 0$$

निम्न अवकल समीकरण के यथातथता की जाँच कीजिए :

$$y \sin 2x dx - (1 + y^2 + \cos^2 x) dy = 0$$

- (iii) Find PI of the following differential equation :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 6 \frac{dy}{dx} + 9y = 2e^{-3x}$$

निम्न अवकल समीकरण का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 6 \frac{dy}{dx} + 9y = 2e^{-3x}$$

- (iv) Define homogeneous linear differential equation.

समघाती रैखिक अवकल समीकरण परिभाषित कीजिए।

- (v) Find part of complementary function of the following differential equation :

$$(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = x(1-x^2)^{3/2}$$

निम्न अवकल समीकरण के पूरक फलन का एक भाग ज्ञात कीजिए :

$$(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = x(1-x^2)^{3/2}$$

- (vi) Write normal form of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = R$,
where P, Q and R are the functions of x only.

अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = R$ का प्रसामान्य रूप लिखिए, जहाँ P, Q तथा R
सिर्फ x के फलन हैं।

- (vii) Form a PDE by eliminating the arbitrary function :

$$Z = e^{xy} \phi(x - y)$$

स्वेच्छ फलन का विलोपन कर आंशिक अवकल समीकरण बनाइये :

$$Z = e^{xy} \phi(x - y)$$

- (viii) Solve :

$$yzp + zxq = xy$$

हल कीजिए :

$$yzp + zxq = xy$$

- (ix) Find complementary function :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

पूरक फलन ज्ञात कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

- (x) Solve :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2x + 2y$$

हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2x + 2y$$

Section-B

(खण्ड-ब)

2. Solve :

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{1+x} \tan y = (1+x)e^x \sec y$$

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{1+x} \tan y = (1+x)e^x \sec y$$

Or

(अथवा)

Solve :

$$y = 2px + y^2 p^3$$

हल कीजिए :

$$y = 2px + y^2 p^3$$

3. Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x} \sin x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x} \sin x$$

Or

(अथवा)

Solve :

$$yz \, dx - xz \, dy - (x^2 + y^2) \tan^{-1} (y/x) dz = 0$$

हल कीजिए :

$$yz \, dx - xz \, dy - (x^2 + y^2) \tan^{-1} (y/x) dz = 0$$

4. Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 e^x$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3 e^x$$

Or

(अथवा)

Solve :

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 4x^3 y = 4x^3 \sin x^2$$

हल कीजिए :

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 4x^3 y = 4x^3 \sin x^2$$

5. Solve :

$$p(1 + q^2) = q(z - a)$$

हल कीजिए :

$$p(1 + q^2) = q(z - a)$$

Or

(अथवा)

Solve :

$$x^2 y^3 p^2 q = z^3$$

हल कीजिए :

$$x^2 y^3 p^2 q = z^3$$

6. Solve :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \sin(2x + 3y)$$

हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \sin(2x + 3y)$$

Or

(अथवा)

Solve :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^m y^n$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^m y^n$$

Section-C

(खण्ड-स)

7. (a) Solve :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + 2y - 3}{2x + y - 3}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + 2y - 3}{2x + y - 3}$$

(b) Find the general solution, singular solution and extraneous loci of the following equation :

$$p^2(2 - 3y)^2 = 4(1 - y)$$

निम्न समीकरण का व्यापक हल, विचित्र हल तथा बाह्य बिन्दु-पथ ज्ञात कीजिए :

$$p^2(2 - 3y)^2 = 4(1 - y)$$

6,6

8. (a) Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$$

(b) Solve the following simultaneous differential equations :

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$$

निम्न युगपत अवकल समीकरणों को हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0 \quad 6,6$$

9. (a) Solve by method of variation of parameter :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = \frac{2}{1 + e^x}$$

प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = \frac{2}{1 + e^x}$$

(b) Solve the following equation in series near an ordinary point :

$$(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$$

निम्न अवकल समीकरण का एक साधारण बिन्दु के सामिप्य में श्रेणी हल ज्ञात कीजिए :

$$(1 + x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0 \quad 6,6$$

10. (a) Solve :

$$(y^2 + z^2 - x^2) p - 2xy q + 2xz = 0$$

हल कीजिए :

$$(y^2 + z^2 - x^2) p - 2xy q + 2xz = 0$$

(b) Solve by Charpit's method :

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$(p^2 + q^2)y = qz$$

4,8

11. (a) Solve :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 3 \frac{\partial z}{\partial x} + 3 \frac{\partial z}{\partial y} = xy + e^{x+2y}$$

हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 3 \frac{\partial z}{\partial x} + 3 \frac{\partial z}{\partial y} = xy + e^{x+2y}$$

(b) Solve by Monge's method :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

मोंगे विधि से हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

6,6