

A-236

B.A./B.Sc. (Part-II) Examination, 2019

MATHEMATICS

Third Paper (Mechanics)

Time allowed : Three hours

Maximum Marks : 68

SECTION – A

(Marks 1 × 12 = 12)

Answer all twelve questions (Answer limit 50 words). Each question carries 01 marks.

खण्ड – अ

(अंक 1 × 12 = 12)

समस्त बारह प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 01 अंक का है।

SECTION – B

(Marks 4 × 5 = 20)

Answer all five questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 04 marks.

खण्ड – ब

(अंक 4 × 5 = 20)

समस्त पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन करें (उत्तर सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 04 अंक का है।

SECTION – C

(Marks 12 × 3 = 36)

Answer any three questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 12 marks.

खण्ड – स

(अंक 12 × 3 = 36)

पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 12 अंक का है।

SECTION – A

खण्ड – अ

1. (i) Define law of parallelogram of Forces.
बलों का समानान्तर चतुर्भुज का नियम परिभाषित कीजिये।
- (ii) What is the relation between angle of friction and co-efficient of friction ?
घर्षण कोण और घर्षण गुणांक के बीच क्या सम्बन्ध है।
- (iii) Define common catenary and write its intrinsic equation.
साधारण कैटिनरी को परिभाषित कीजिये और उसका नैज समीकरण लिखिये।
- (iv) Define unstable equilibrium.
अस्थायी संतुलन को परिभाषित कीजिये।
- (v) Write the relation between Angular velocity and Linear Velocity.
कोणीय वेग एवं रेखिक वेग में सम्बन्ध लिखिये।
- (vi) Define Simple Harmonic Motion.
सरल आवर्त गति को परिभाषित कीजिये।

- (vii) Write Hooke's Law for elastic strings.
प्रत्यास्थ डोरियों के लिये हुक का नियम लिखिये ।
- (viii) What do you mean from constrained motion ?
प्रतिबन्धित गति से क्या अभिप्राय है ।
- (ix) Write polar equation of central orbit.
सकेन्द्रीय कक्ष का ध्रुवीय समीकरण लिखिये ।
- (x) Define Apse.
स्तम्बिका को परिभाषित कीजिये ।
- (xi) Write Newton's experimental law of Impact.
संघट्ट के लिये न्यूटन का प्रयोगात्मक नियम लिखिये ।
- (xii) Define Poinsot's Central Axis.
Poinsot के केन्द्रीय अक्ष को परिभाषित कीजिये ।

SECTION - B

खण्ड - ब

2. Equal weights P and P are attached to two strings ACP and BCP passing over a smooth peg. AB of a heavy beam of weight W where centre of gravity is a ft. from A and b, ft from B. Show that AB is inclined to the horizontal at angle.
- समान भार P व P दो डोरियों ACP और BCP द्वारा लटकाए जाते हैं डोरियाँ एक चिकनी खूँटी C के ऊपर से जाती है जो एक भारी दण्ड AB के सिरो पर बंधी है । यदि दण्ड का भार W हो और उसका गुरुत्व केन्द्र A से a व B से b दूरी पर हो तो सिद्ध करो कि AB का क्षैतिज के साथ कोण होगा

$$\tan^{-1} \left[\frac{a-b}{a+b} \tan \left(\sin^{-1} \frac{W}{2P} \right) \right]$$

OR/अथवा

Prove that the least force required to pull a body of weight W on a rough horizontal plane is $W \sin \lambda$, where λ is the angle of friction.

सिद्ध कीजिये कि 'W' भार के एक पिण्ड को रूक्ष क्षैतिज समतल पर खींचने के आवश्यक न्यूनतम बल $W \sin \lambda$ है, जहाँ λ घर्षण कोण है ।

3. Five weightless rods of equal lengths are joined together so as to form a rhombus ABCD with one diagonal BD. If a weight W be attached to C and the system be suspended from A. Show that there is a thrust in BD equal to $\frac{W}{\sqrt{3}}$.

समान लम्बाई के पाँच भारहीन छड़ परस्पर जोड़े गए हैं ताकि एक विकर्ण BD सहित समचतुर्भुज ABCD बने । यदि C पर एक भार W बाँध दिया जाए और निकाय को A से लटकाया जाये तो सिद्ध कीजिये कि BD में प्रणोद $\frac{W}{\sqrt{3}}$ के तुल्य है ।

OR/अथवा

Equal forces act along the co-ordinate axes and along the straight line $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$,

Find the equations of central axis of system, where l, m, n are d. c's.

समान बल निर्देशी अक्षों तथा सरल रेखा $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ के अनुदिश क्रियाशील है । निकाय के केन्द्रीय बल का समीकरण ज्ञात करें, जहाँ l, m, n दिक्कोज्याएँ हैं ।

4. The radial and transverse velocities of a particle are $\lambda\pi$ and $\mu\theta$. Find its path and show that its radial and transverse components of acceleration are respectively.

किसी कण के अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग $\lambda\pi$ तथा $\mu\theta$ है। इसका पथ ज्ञात कीजिये और सिद्ध कीजिये कि इसके अक्षीय एवं अनुप्रस्थ त्वरण क्रमशः

$$\lambda^2\pi - \frac{\mu^2\theta^2}{\pi} \text{ एवं / and } \mu\theta \left(\lambda + \frac{\mu}{\pi} \right)$$

OR/अथवा

A particle is moving with SHM. Its distances from the mid-point of its path at three consecutive seconds are observed to be x_1, x_2, x_3 respectively. Prove that the time of complete oscillation is :

एक SHM में पथ के मध्य बिन्दु से किसी कण की तीन उत्तरोत्तर सेकण्डों में दूरियाँ x_1, x_2, x_3 हैं। सिद्ध कीजिए कि पूर्ण आवर्तकाल है

$$\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)}$$

5. If corresponding to two masses m_1 and m_2 attached to the end of a vertical elastic string T_1 and T_2 be the periods of small oscillation and a_1, a_2 the statistical extensions corresponding to these masses, prove that : <http://www.mgsuonline.com>

यदि किसी ऊर्ध्वाधर प्रत्यास्थ डोरी में लगे हुए दो विभिन्न द्रव्यमान m_1, m_2 के संगत लघु दोलन के आवर्तकाल T_1 तथा T_2 हो और उनके संगत स्थैतिक विस्तार a_1 तथा a_2 हो तो सिद्ध कीजिए

$$g(T_1^2 - T_2^2) = 4\pi^2(a_1 - a_2)$$

OR/अथवा

Show that the greatest angle through which a person oscillates on a swing the ropes of which can support twice the person's weight when at rest is 120° .

सिद्ध कीजिये कि एक पुरुष किसी झूले पर जिसकी रस्सियाँ विरामावस्था में पुरुष के दुगने भार को वहन कर सकती है अधिक से अधिक 120° के कोण में होकर झूल सकता है।

6. A sphere impinges directly on an equal sphere at rest, if the co-efficient of restitution is 'e'. Show that their velocities after impact are :

एक गेंद किसी दूसरी समान मात्रा की गेंद से सघट्ट करती है जो कि विरामावस्था में है यदि प्रत्यानयन गुणांक e हो सघट्ट के पश्चात इन गेंदों का वेग होगा :

$$\frac{(1-e)}{(1+e)}$$

OR/अथवा

Find the law of force towards the pole under which a particle describes equiangular spiral $\pi = ae^{\theta \cot \alpha}$.

ध्रुव की ओर निर्दिष्ट बल नियम ज्ञात कीजिये जिसके अधीन कोई कण समान कोणिक सर्पिल वक्र $\pi = ae^{\theta \cot \alpha}$ निर्मित करता है।

SECTION - C

खण्ड - स

7. A perfectly rough plane is inclined at an angle α to the horizontal. Show that the least eccentricity of the ellipse which can rest on the plane is
एक पूर्ण रूक्ष तल क्षैतिज से कोण α पर झुका है। प्रदर्शित कीजिए कि तल पर विरामावस्था में रह सकने वाले दीर्घवृत्त की न्यूनतम उत्केन्द्रता होगी

$$\sqrt{\left(\frac{2\sin\alpha}{1+\sin\alpha}\right)}$$

8. A telegraphic wire is made of a given material and such a length 'l' is stretched between two posts, distance 'd' apart and of the same heights, as will produce the least possible tension at the posts. Show that $l = \left(\frac{d}{\lambda}\right) \sinh \lambda$, where λ is given by the equation $\lambda \tanh \lambda = 1$.

एक टेलीग्राफिक तार एक ही धातु से बना है तथा इसकी लम्बाई l को दो समान ऊँचाई के d दूरी के खम्भों से खींचकर बाँधा है कि खम्भों पर न्यूनतम तनाव हो। प्रदर्शित कीजिए कि $l = \left(\frac{d}{\lambda}\right) \sinh \lambda$, जहाँ λ समीकरण $\lambda \tanh \lambda = 1$ से प्राप्त होता है।

9. A particle starts from rest at infinity and falls on the surface of earth. Find its velocity at the surface and at the centre of the earth.
यदि कोई कण अनन्त दूरी से विरामावस्था से पृथ्वी तल पर गिरता है तो पृथ्वी तल पर तथा पृथ्वी के केन्द्र पर पहुँचने पर उसका वेग ज्ञात कीजिये।

10. A particle is projected with velocity V from the cusp of a smooth cycloid whose axis is vertical and vertex lowest down the arc. If 'a' is the radius of generating circle, show that time of reaching the vertex is :
एक कण किसी चिकने चक्रज के चाप पर जिसका अक्ष ऊर्ध्वाधर तथा शीर्ष निम्नतम है, नीचे की ओर उभयाग्र से वेग V से प्रक्षिप्त किया जाता है। यदि जनक वृत्त की त्रिज्या 'a' है तो सिद्ध कीजिये कि कण का शीर्ष पर पहुँचने का समय है

$$2 \sqrt{\left(\frac{a}{g}\right) \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{4ag}}{V}\right]}$$

11. A particle is describing an ellipse of eccentricity 'e' about a centre of force at focus with usual notations prove that $v^2 = \mu \left(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{a}\right)$ and $h^2 = \mu a(1 - e^2)$

When the particle is at the near apse, the centre of focus is transferred to the other focus. Prove that eccentricity of new orbit is : $\frac{e(3+e)}{(1-e)}$

एक कण नाभि में स्थित बल केन्द्र के परितः एक दीर्घवृत्त निर्मित करता है जिसकी उत्केन्द्रता e है सामान्य संकेतों से सिद्ध कीजिये : $v^2 = \mu \left(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{a}\right)$ तथा $h^2 = \mu a(1 - e^2)$

जब कण निकटतम स्तब्धिका पर होता है तब बल केन्द्र दूसरी नाभि पर स्थानांतरित हो जाता है। सिद्ध कीजिये कि नई कक्षा की उत्केन्द्रता है : $\frac{e(3+e)}{(1-e)}$