

**A-217****B.A./B.Sc. (Part-II) Examination, 2022****MATHEMATICS**

Paper - H

**(Differential Equations)**

Time : 3 Hours ]

[ Maximum Marks : 66**Section-A****(Marks : 1 × 10 = 10)****Note :-** Answer all *ten* questions (Answer limit **50** words). Each question carries **1** mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 10 = 10)

**नोट :-** सभी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **50** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है।**Section-B****(Marks : 4 × 5 = 20)****Note :-** Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit **200** words). Each question carries **4** marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

**नोट :-** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन करें (उत्तर-सीमा **200** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **4** अंक का है।**Section-C****(Marks : 12 × 3 = 36)****Note :-** Answer any *three* questions out of five (Answer limit **500** words). Each question carries **12** marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 12 × 3 = 36)

**नोट :-** पाँच में से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **500** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **12** अंक का है।

## Section-A

(खण्ड-अ)

1. (i) Find the order and degree of the differential equation :

अवकल समीकरण की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिए :

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + 4 \frac{dy}{dx} + \int y dx = x^2$$

- (ii) Write the standard form of first order and first degree ordinary differential equation in two variables.

दो चरों वाली प्रथम कोटि एवं प्रथम घात की सामान्य अवकल समीकरण का मानक रूप लिखिए।

- (iii) Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 5y = 0$$

- (iv) Solve :

हल कीजिए :

$$x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2y = 0$$

- (v) Write the condition for which the differential equation :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + P(x) \frac{dy}{dx} + Q(x)y = R(x)$$

has  $x^2$  as its one complementary function.

अवकल समीकरण :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + P(x) \frac{dy}{dx} + Q(x)y = R(x)$$

का एक पूरक फलन  $x^2$  होने के लिए शर्त लिखिए।

(vi) Find the singular points of the given differential equation :

दिए गए अवकल समीकरण के विचित्र बिन्दु ज्ञात कीजिए :-

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 12y = 0$$

(vii) Obtain the partial differential equation by eliminating the arbitrary function  $\phi$  from the following equation :

निम्नलिखित समीकरण से स्वेच्छ फलन  $\phi$  का विलोपन करके आंशिक अवकल समीकरण प्राप्त कीजिए :

$$lx + my + nz = \phi(x^2 + y^2 + z^2)$$

(viii) The complete integral of the differential equation is :

अवकल समीकरण का पूर्ण समाकल है :

$$x - q = (y - p)^{1/3}$$

(ix) Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} - \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = 0$$

(x) Solve :

हल कीजिए :

$$\log s = x + y; \quad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$$

Section-B

(खण्ड-ब)

2. Solve :

हल कीजिए :

$$e^{3x}(p-1) + p^3 e^{2y} = 0$$

Or

(अथवा)

Solve :

हल कीजिए :

$$(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0$$

3. Solve :

हल कीजिए :

$$(D^3 - 3D^2 + 2D)y = 12(x^2 - 2x + 4)$$

Or

(अथवा)

Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{d^2x}{dt^2} - 3x - 4y = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + x + y = 0$$

BR-88

( 4 )

A-217

4. Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 1)y = -3e^{x^2} \sin 2x$$

Or

(अथवा)

Use method of variation of parameters to solve the given differential equation :

दिए गए अवकल समीकरण को हल करने के लिए, प्राचल वितरण विधि का प्रयोग कीजिए :

$$x \frac{dy}{dx} - y = (x-1) \left( \frac{d^2 y}{dx^2} - x + 1 \right)$$

5. Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{y(x+y)+az} = \frac{dy}{x(x+y)-az} = \frac{dz}{z(x+y)}$$

Or

(अथवा)

Find the complete integral :

पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए :

$$(x+y)(p+q)^2 + (x-y)(p-q)^2 = 1$$

6. Solve :

हल कीजिए :

$$4 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 16 \log(x+2y)$$

Or

(अथवा)

Solve :

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2 y$$

Section-C

(खण्ड-स)

7. Solve and examine the singular solution :

हल कीजिए एवं विचित्र हल का परीक्षण कीजिए :

$$(8p^3 - 27)x = 12p^2y$$

8. Solve :

हल कीजिए :

$$(x^2 D^2 - 3xD + 1)y = \frac{\log x \sin(\log x) + 1}{x}$$

9. Find series solution :

श्रेणी हल ज्ञात कीजिए :

$$9x(1-x) \frac{d^2 y}{dx^2} - 12 \frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

10. Solve by Charpit's method :

चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

BR-88

( 6 )

A-217